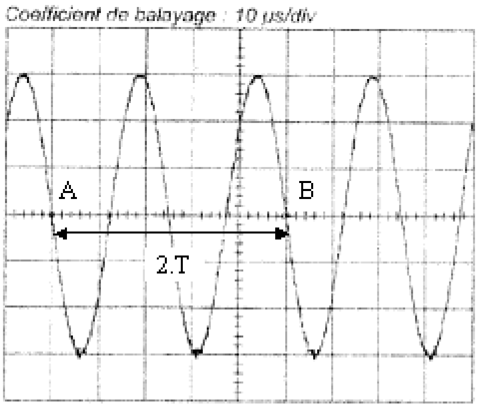
2006 National **EXERCICE III : CERAMIQUE ET ULTRASONS (4 points)**

Correction Labolycee ©

1. Emission et propagation de l'onde ultrasonore produite par une céramique piézoélectrique

1.1 Propagation des ondes ultrasonores



1.1.1. Entre les points A et B on a deux périodes sur 5 divisions avec un balayage de 10 µs / div donc :

$2\,T = 5 \times 10\times10^{-6}$ ⇔ $\mathbf{T = 2{,}5\times10^{-5}\ s}$

La fréquence de la tension observée à l'oscilloscope est $\boxed{f = \dfrac{1}{T}}$

$f = \dfrac{1}{2{,}5\times10^{-5}} = \mathbf{4{,}0\times10^{4}\ Hz = 40\ kHz.}$

1.1.2. La fréquence **f** de la tension visualisée à l'oscilloscope est identique à la fréquence $\mathbf{f_u}$ des ultrasons (énoncé) donc : $\mathbf{f_u = 4{,}0\times10^4\ Hz}$

Remarque: la fréquence f_u = 40 kHz est supérieure à 20 kHz. Il s'agit donc bien d'ondes ultrasonores.

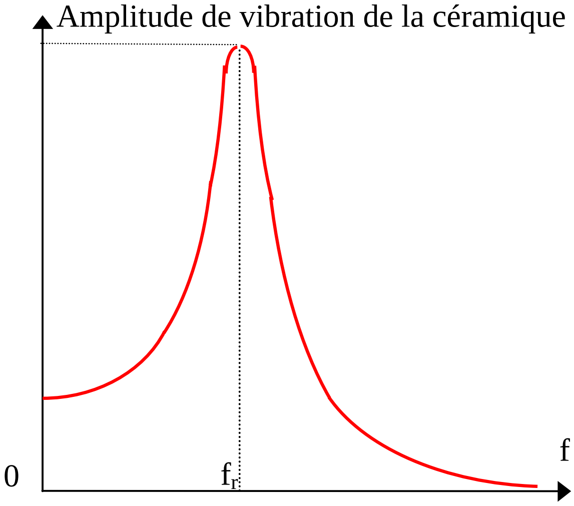
1.1.3. La longueur d'onde λ des ultrasons est alors: $\mathbf{v_{air} = \lambda . f_u}$

$$\boxed{\lambda = \frac{v_{air}}{f_u}}$$

$$\lambda = \frac{340}{4{,}0.10^4} = \mathbf{8{,}5\times10^{-3}\ m = 8{,}5\ mm}$$

1.2. Résonance de la céramique émettrice

1.2.1. A la résonance, la fréquence **f** de la tension sinusoïdale excitatrice est égale à la fréquence de résonance $\mathbf{f_r}$ de la céramique.



1.2.2. La céramique est soumise à **des oscillations forcées** dont la fréquence est **imposée** par la tension excitatrice.

A **la résonance**, l'amplitude des oscillations de vibration de la céramique est **maximale**.

Loin de la fréquence de résonance l'amplitude des oscillations de vibration de la céramique diminue fortement.

2. Oscillations libres dans un circuit RLC série

2.1. Les oscillations sont amorties, donc le régime d'oscillations libres obtenu est un **régime pseudo-périodique**.

2.2. La présence d'une résistance totale R non nulle dans le circuit dissipe de l'énergie, par effet Joule , sous forme de chaleur.

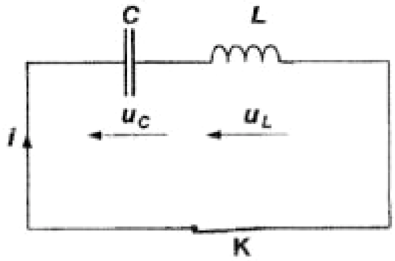
2.3. On peut éviter cet amortissement en utilisant un dispositif qui fournit au circuit l'énergie évacuée par transfert thermique.

2.4. **Affirmation 1: Faux**. Si on augmente trop la valeur de R (au-dessus d'une résistance critique R_C), on n'observe plus d'oscillations électriques mais une tension uc(t) qui décroît en tendant vers 0 sans osciller (régime apériodique).

Affirmation 2: Faux: la valeur de la pseudo-période (voisine de la période propre d'un circuit LC si l'amortissement n'est "pas trop grand") est indépendante de la charge initiale du condensateur. Elle ne dépend que des valeurs de C et L. ($T_0 = 2\pi.\sqrt{L.C}$).

2.5 Détermination de la capacité du condensateur

2.5.1. Compte tenu des conventions sur le schéma ci-contre on a:



$i(t) = \frac{dq}{dt}$ et $q(t) = C \, . \, u_C(t)$

donc: $i(t) = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C \, . \, \frac{du_C}{dt}$ car C est une constante

$$\boxed{i(t) = C \, . \, \frac{du_C}{dt}}$$

La loi d'additivité des tensions donne: $u_C(t) + u_L(t) = 0$ **(1)**

L'amortissement étant faible, on considère la bobine comme étant idéale donc $u_L(t) = L.\frac{di}{dt}$.

$$u_L(t) = L.\frac{d}{dt}\left(C.\frac{du_C}{dt}\right) = L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

On reporte dans (1): $u_C(t) + L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$

finalement: $\boxed{\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{L.C}u_C(t) = 0}$ qui est bien l'équation demandée.

2.5.2. La solution de l'équation différentielle est: $u_C(t) = U_0.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$

donc: $\frac{du_C}{dt} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right).U_0.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$

et $\frac{d^2u_C}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.U_0.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.u_C(t)$ qu'on peut écrire $\boxed{\frac{d^2u_C}{dt^2} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.u_C(t) = 0}$

En identifiant avec l'équation différentielle: $\boxed{\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{L.C}u_C(t) = 0}$

Il vient: $\frac{1}{L.C} = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2$

$T_0^2 = 4.\pi^2.L.C$

Finalement: $\boxed{T_0 = 2.\ \pi.\sqrt{L.C}}$

2.5.2. On a: $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}$

$4.\pi^2.L.C = \frac{1}{f_0^2}$

$\boxed{C = \frac{1}{4.\pi^2.f_0^2.L}}$

A.N: $\mathbf{C} = \frac{1}{4\pi^2\times(40\times10^3)^2\times1{,}0\times10^{-3}} = \mathbf{1{,}6\times10^{-8}\ F = 16\times10^{-9}\ F = 16\ nF}$